Une citerne destinée au transport d'eau permet d'alimenter un réservoir R_1

Données : Masse volumique de l'eau $\rho = 10^3$ kg.m^{-3}
Viscosité dynamique de l'eau $\eta = 10^{-3}$ Pl
Intensité du champ de pesanteur $g = 10$ m.s^{-2}
pression atmosphérique $p = 10^5$ Pa

Première partie

<u>On négligera, dans cette partie, toute perte de charge</u>

Une citerne pleine est stationnée sur la plate-forme et on la siphonne pour effectuer son vidage.

Un tuyau cylindrique, considéré comme une canalisation régulière, plonge pratiquement jusqu'au fond (point *A*) de la citerne, remonte en un point *B* où il est suspendu à une potence, puis débouche à l'air libre au point *C*, au-dessus de la cuve R_l. Tous ces points figurent sur le document n°1.

1. 1) Au tout début de l'écoulement, sachant que la citerne est ouverte à l'air libre, établir l'expression littérale puis calculer la vitesse v_o d'éjection du fluide en *C*. En déduire le débit-volume, noté Q_{vo} (on appliquera l'équation de Bernoulli entre les points L_0 et *C*).

1-2)On rappelle qu'il y a risque de capitation dans une canalisation si la pression en un point de l'écoulement devient trop faible et atteint la pression de vapeur saturante p_{vs} du fluide qui circule. A cette température, $p_{vs} = 2\,500$ Pa.
Exprimer, puis calculer, en appliquant l'équation de Bernoulli, la hauteur théorique maximale à laquelle on peut porter le point *B* de la conduite en évitant ce type de risque.

1.3) En fait, au cours de la vidange, le niveau supérieur du liquide baisse. On note alors *z* la nouvelle cote à un instant *t*.
Que devient alors l'expression du débit-volume $q_v(t)$ en fonction de *d*, *g*, *z* et z_C ?

1.4) On se propose d'étudier les variations de *z* en fonction du temps. Pour cela on examinera
- la variation d*V* du volume contenu dans la citerne en fonction d'une variation d*z* de cote du niveau supérieur.
- la variation d*z* de la cote en fonction du temps d*t*.

En introduisant la vitesse d'écoulement *v(t)* on établira l'équation différentielle solution du problème.

1.5) Par intégration de cette équation différentielle on calculera le temps nécessaire au emplissage du récipient R_l.

On remarquera qu'à l'instant initial ($t = 0$) $z = z_{LO}$ et que lorsque R_1 est plein le niveau de liquide dans la citerne est z_x calculable.

Deuxième partie :

On s'intéresse maintenant à l'étude d'une estimation de la perte de charge.

Afin de simplifier, l'étude, et du fait que le débit-volume varie peu, on posera pour sa suite q_v = Cte.

Du fait des pertes de charge, sa valeur moyenne est $q_v = 3{,}14.10^{-2}\ .m^3.s^{-1}$

2-1) Calcul de la perte de charge régulière

On rappelle : $J_r = \dfrac{v^2 L \lambda}{2gd}$

2.1.1) A l'aide d'une étude sommaire des équations aux dimensions, préciser la dimension de J_r.

2.1.2) Déduire du nombre de Reynolds la nature de l'écoulement dans cette canalisation.

2.1.3) La hauteur moyenne des aspérités est: $\varepsilon = 0{,}01$ mm.
Déterminer le coefficient de perte de charge λ dans la canalisation. Le candidat exploitera les abaques de Colebrook (document n°2,) et fera apparaître, sans ambiguïté, sur sa copie la méthode de recherche de λ

Calculer la perte de charge régulière totale J_r en mètres.

2.2) Calcul de la perte de charge singulière

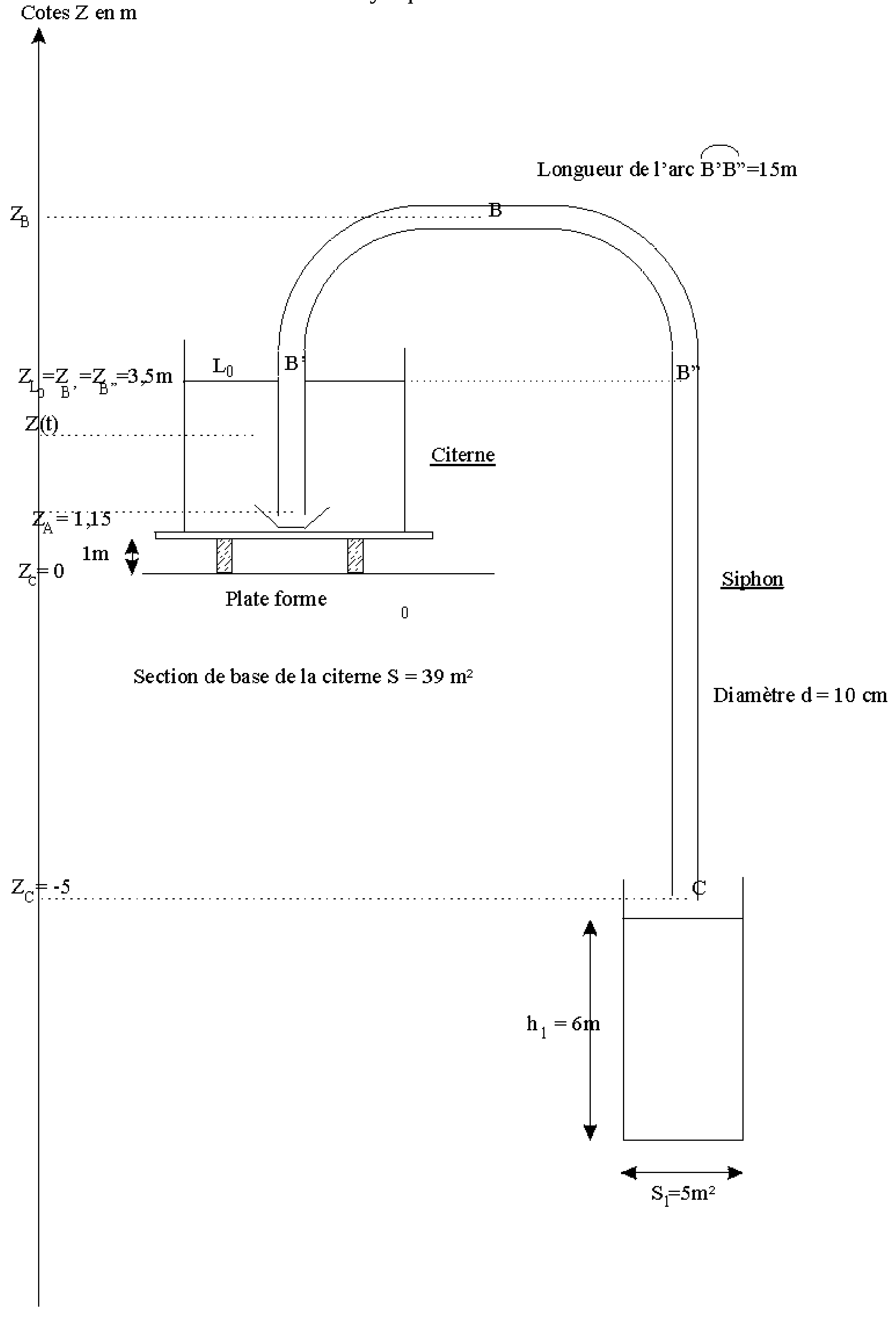
On rappelle $J_s = \dfrac{v^2 \quad K}{2g}$

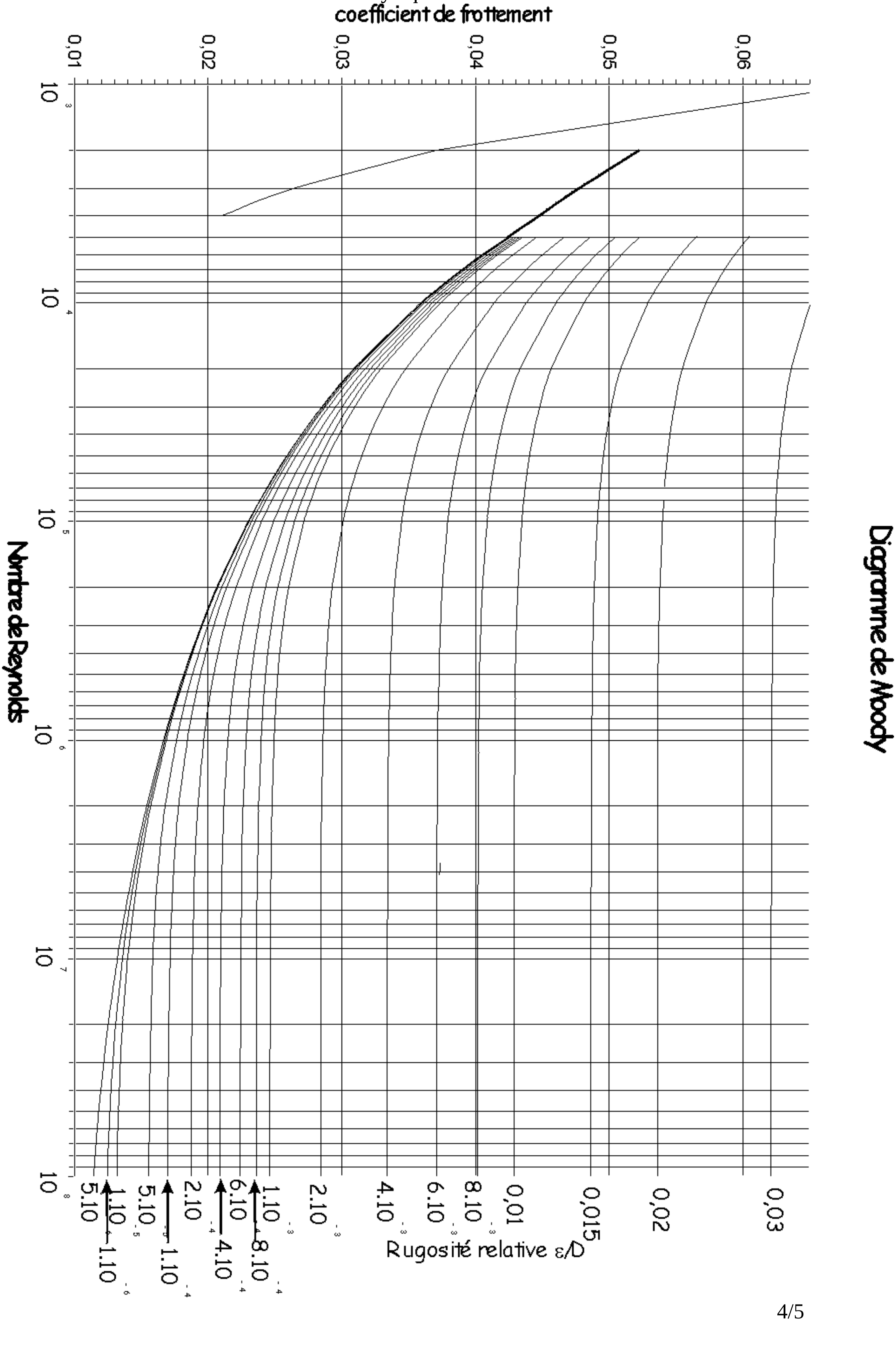
2.2.1) Quelle est la dimension de J_s sachant que K est un coefficient sans dimension caractérisant chaque singularité.

2.2.2) Pour réaliser cette installation et protéger le réservoir, on a été amené à introduire des singularités. Les coefficients K sont donnés ci-dessous
en A : une crépine de coefficient K=4 et une section contractée de coefficient K=0,4
en B' et B'' : deux coudes légers de coefficient K=0,2.
Calculer la perte de charge singulière totale J_s.

2.2.3) Evaluer la perte de charge totale de l'installation et la puissance perdue de ce fait.

2.2.4) Le point B étant situé à la cote z_B = 4,75m, et le débit-volume ayant toujours pour valeur $q_v = 3{,}14.10^{-2}\ m^3.s^{-1}$ que devient la pression au point B si l'on tient compte de la perte de charge dans cette canalisation ?
Conclure quant à l'influence de cette perte de charge sur le risque de cavitation.


Cotes Z en m
Longueur de l'arc B'B"=15m
Z_B
B
$Z_{L_0}=Z_{B'}=Z_{B''}=3,5$m
L_0
B'
B"
Z(t)
Citerne
$Z_A = 1,15$
1m
$Z_C = 0$
Plate forme
0
Siphon
Section de base de la citerne S = 39 m²
Diamètre d = 10 cm
$Z_C = -5$
C
$h_1 = 6$m
$S_1=5$m²


coefficient de frottement
0,01
0,02
0,03
0,04
0,05
0,06
Nombre de Reynolds
10 3
10 4
10 5
10 6
10 7
10 8
Diagramme de Moody
Rugosité relative ε/D
5.10 -6
1.10 -6
1.10 -5
5.10 -5
1.10 -4
2.10 -4
4.10 -4
6.10 -4
8.10 -4
1.10 -3
2.10 -3
4.10 -3
6.10 -3
8.10 -3
0,01
0,015
0,02
0,03

Document n° 2 : Abaque de Colebrook